

# Arithmétique

## I. Multiples et diviseurs

**Définition :** Considérons deux nombres entiers  $m$  et  $n$ .

Si il existe un nombre entier  $k$  tel que  $m = k \times n$ , on dira que:

«  $m$  est un **multiple** de  $n$  » ou que «  $n$  est un **diviseur** de  $m$  » ou que «  $m$  est **divisible** par  $n$  »

**Exemple :** Les diviseurs de 20 sont 1 ; 2 ; 4 ; 5 ; 10 et 20.

### Les critères de divisibilité :

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0,2,4,6 ou 8, alors il est **divisible par 2**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3**.
- Si un nombre se termine par deux chiffres formant un multiple de 4 alors ce nombre est **divisible par 4**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est **divisible par 5**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est **divisible par 10**.

**Propriété :** Un nombre est divisible par 6 est un nombre divisible par 2 et par 3.

**Propriété :** Un nombre est divisible par 7 si, en ajoutant son nombre de dizaines avec 5 fois son chiffre des unités, on obtient un multiple de 7.

**Exemple :** 161 est divisible par 7 (car  $16 + 5 \times 1 = 21$ ).

## II. Diviseurs communs

**Exemple :** Les diviseurs de 12 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 et 12.

Les diviseurs de 30 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 5 ; 6 ; 10 ; 15 et 30.

Les **diviseurs communs** de 12 et de 30 sont donc : 1 ; 2 ; 3 et 6.

**Définition :** le **PGCD** de deux nombres est le plus grand diviseur qu'ils ont en commun.

**Exemple :** Le PGCD de 12 et de 30 est le nombre 6 . On écrit cela **PGCD(12 ; 30) = 6**.

**Définition :** Deux nombres sont **premiers entre eux** si leur seul diviseur commun est le nombre 1.

**Exemple :** Les nombres 12 et 30 ne sont pas premiers entre eux . Les nombres 12 et 35 le sont.

### III. Nombres premiers

**Définition :** Un **nombre premier** est un entier positif qui a **exactement deux diviseurs** : 1 et lui même.

**Exemples :** Les nombres 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 et 17 sont des nombres premiers.

**Attention :** Le nombre 1 n'est pas premier.

**Théorème :** Il existe une infinité de nombres premiers.

**Question :** Le nombre 51 est-t-il un nombre premier ? .....

### IV. Décomposition en produit de facteurs premiers

**Propriété :** Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 est soit premier, soit décomposable produit de nombres premiers. Cette **décomposition en produit de facteurs premiers** est unique.

**Exemple :**  $68 = 2 \times 2 \times 17$

**Remarque :** Dans la décomposition, on écrit les nombres du plus petit vers le plus grand.

**Exemple :**  $84 = \dots\dots\dots$

$84 = \dots\dots\dots$

**Exemple :**  $1600 = \dots\dots\dots$

$1600 = \dots\dots\dots$

$1600 = \dots\dots\dots$

**Définition :** Une fraction est **irréductible** si son numérateur et son dénominateur sont premiers entre eux.

**Exemple :** Trouvons une fraction **irréductible** égale à  $\frac{84}{30}$  en utilisant les décompositions :

$$\frac{84}{30} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

### Les critères de divisibilité :

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0,2,4,6 ou 8, alors il est **divisible par 2**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3**.
- Si un nombre se termine par deux chiffres formant un multiple de 4 alors ce nombre est **divisible par 4**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est **divisible par 5**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est **divisible par 10**.

### Les critères de divisibilité :

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0,2,4,6 ou 8, alors il est **divisible par 2**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3**.
- Si un nombre se termine par deux chiffres formant un multiple de 4 alors ce nombre est **divisible par 4**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est **divisible par 5**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est **divisible par 10**.

### Les critères de divisibilité :

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0,2,4,6 ou 8, alors il est **divisible par 2**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3**.
- Si un nombre se termine par deux chiffres formant un multiple de 4 alors ce nombre est **divisible par 4**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est **divisible par 5**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est **divisible par 10**.

### Les critères de divisibilité :

- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0,2,4,6 ou 8, alors il est **divisible par 2**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 3, alors ce nombre est **divisible par 3**.
- Si un nombre se termine par deux chiffres formant un multiple de 4 alors ce nombre est **divisible par 4**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0 ou 5, alors il est **divisible par 5**.
- Si la somme des chiffres d'un nombre entier est divisible par 9, alors ce nombre est **divisible par 9**.
- Si un nombre entier a pour chiffre des unités 0, alors il est **divisible par 10**.