Opérations sur les fractions

I. Fractions égales

Propriété: Un quotient ne change pas si on multiplie ou si on divise son numérateur **ET** son dénominateur par un **même** nombre différent de zéro.

Exemple : $\frac{3}{2} = \frac{6}{4}$; $\frac{3}{4} = \frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$; $\frac{20}{100} = \frac{2 \times 10}{10 \times 10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$

Définition : Simplifier une fraction, c'est trouver une fraction qui lui est égale mais avec un numérateur et un dénominateur plus petit.

Exemple : $\frac{42}{56} = \frac{3 \times 7 \times 2}{4 \times 7 \times 2} = \frac{3}{4}$

II. Addition et soustraction

Propriété : Pour additionner (ou soustraire) deux fractions **qui ont le même dénominateur**: il suffit d'additionner (ou de soustraire) les numérateurs :

Si a,b et c désignent trois nombres relatifs ($c \neq 0$) alors : $\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$

Exemple : $\frac{4}{5} + \frac{7}{5} = \frac{\quad + \quad}{\qquad} =$

Exemple : $\frac{12}{7} - \frac{10}{7} = \frac{\quad - \quad}{\qquad} =$

Propriété : Si les deux fractions **n'ont pas le même dénominateur**, on doit d'abord les écrire avec le même dénominateur avant de les additionner (ou de les soustraire)

Exemple : On veut calculer $A = \frac{5}{2} + \frac{2}{3}$

Exemple : On veut calculer $B = \frac{11}{6} - \frac{3}{4}$

III. Multiplier deux fractions

Propriété : Si a, b, c et d désignent 4 nombres (avec $b \neq 0$ et $d \neq 0$) alors $\dfrac{a}{b} \times \dfrac{c}{d} = \dfrac{a \times c}{b \times d}$

Exemples : $\dfrac{3}{7} \times \dfrac{2}{4} = \dfrac{3 \times 2}{7 \times 4} = \dfrac{6}{28}$; $\dfrac{-4}{3} \times \dfrac{-5}{7} = \dfrac{\quad \times \quad}{\quad \times \quad} = \dfrac{\quad}{\quad}$

Astuce : D'après ce que nous avons vu sur les fractions égales, on peut faciliter les calculs en décomposant le numérateur et le dénominateur puis en **simplifiant** le résultat.

Exemple : $\dfrac{32}{75} \times \dfrac{55}{24} = \dfrac{32 \times 55}{75 \times 24} = \dfrac{8 \times 4 \times 5 \times 11}{5 \times 15 \times 8 \times 3} = \dfrac{4 \times 11}{15 \times 3} = \dfrac{44}{45}$

Propriété : Si a, b et k désignent trois nombres (avec $b \neq 0$), alors $k \times \dfrac{a}{b} = \dfrac{k \times a}{b}$.

Exemples : $3 \times \dfrac{2}{7} = \dfrac{3 \times 2}{7} = \dfrac{6}{7}$; $-5 \times \dfrac{3}{4} = \dfrac{\quad \times \quad}{\quad} = \dfrac{\quad}{\quad}$

Règle : Pour calculer une fraction d'une quantité, on multiplie cette quantité par la fraction.

Florian boit les deux tiers d'une canette de soda de 33 centilitres.
Quelle quantité de soda a-t-il bue?

Alice a mangé les $\dfrac{3}{4}$ des $\dfrac{2}{3}$ d'une pizza.
Quelle fraction de la pizza a-t-elle mangée?

IV. Inverse et division

Définition : **L'inverse** d'un nombre b est le nombre qui donne 1 quand on le multiplie par b.

Exemples : 0,5 est l'inverse de 2 car $0{,}5 \times 2 = 1$ $\quad$ $\frac{2}{3}$ est l'inverse de $\frac{3}{2}$ car $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{6}{6} = 1$

Propriété : a et b désignent deux nombres relatifs non nuls :

1) L'inverse du nombre $\frac{a}{b}$ est le nombre $\frac{b}{a}$.

2) L'inverse du nombre a est le nombre $\frac{1}{a}$.

3) Zéro est le seul nombre qui n'a pas d'inverse.

Exemples : L'inverse de 4 est ……………………… $\quad$ L'inverse de $\frac{3}{5}$ est ………………………

Propriété (toutes les divisions sont des multiplications) :

Diviser par un nombre non nul revient à multiplier par son inverse.
Si a, b, c, et d désignent des nombres relatifs (avec $b \neq 0$, $c \neq 0$, et $d \neq 0$) alors

1) $a \div b = a \times \frac{1}{b}$ $\quad$ (on remplace $\div$ par $\times$ et b par son inverse)

2) $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$

Exemples : $6 \div 2 = 6 \times \frac{1}{2} = 6 \times 0{,}5 = 3$; $\frac{2}{3} \div \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{\quad}{\quad} = \frac{\quad \times \quad}{\quad \times \quad} = \frac{\quad}{\quad}$