3e

Mathématiques

REPÈRES ANNUELS de progression

Liberté • Égalité • Fraternité
RÉPUBLIQUE FRANÇAISE

MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE

POUR L'ÉCOLE DE LA CONFIANCE

REPÈRES ANNUELS DE PROGRESSION

NOMBRES ET CALCULS		
Nombres décimaux relatifs		
5e	**4e**	**3e**
Le travail mené au cycle 3 sur l'enchaînement des opérations, les comparaisons et le repérage sur une droite graduée de nombres décimaux positifs est poursuivi. Les nombres relatifs (d'abord entiers, puis décimaux) sont construits pour rendre possibles toutes les soustractions. La notion d'opposé est introduite, l'addition et la soustraction sont étendues aux nombres décimaux (positifs ou négatifs). Il est possible de mettre en évidence que soustraire un nombre revient à additionner son opposé, en s'appuyant sur des exemples à valeur générique du type : $3,1 - (-2) = 3,1 + 0 - (-2) = 3,1 + 2 + (-2) - (-2)$, donc $3,1 - (-2) = 3,1 + 2 + 0 = 3,1 + 2 = 5,1$	Le produit et le quotient de décimaux relatifs sont abordés.	Le travail est consolidé notamment lors des résolutions de problèmes.
Fractions, nombres rationnels		
La conception d'une fraction en tant que nombre, déjà abordée en sixième, est consolidée. Les élèves sont amenés à reconnaître et à produire des fractions égales (sans privilégier de méthode en particulier), à comparer, additionner et soustraire des fractions dont les dénominateurs sont égaux ou multiples l'un de l'autre.	Un nombre rationnel est défini comme quotient d'un entier relatif par un entier relatif non nul, ce qui renvoie à la notion de fraction. Le quotient de deux nombres décimaux peut ne pas être un nombre décimal. La notion d'inverse est introduite, les opérations entre fractions sont étendues à la multiplication et la division. Les élèves sont conduits à comparer des nombres rationnels, à en utiliser différentes représentations et à passer de l'une à l'autre.	La notion de fraction irréductible est abordée, en lien avec celles de multiple et de diviseur qui sont travaillées tout au long du cycle.

NOMBRES ET CALCULS (suite)		
Fractions, nombres rationnels (suite)		
Au moins une des propriétés suivantes est démontrée, à partir de la définition d'un quotient : • $\frac{ab}{ac}=\frac{b}{c}$ • $a\frac{b}{c}=\frac{ab}{c}$ • $\frac{a}{c}+\frac{b}{c}=\frac{a+b}{c}$ • $\frac{a}{c}-\frac{b}{c}=\frac{a-b}{c}$ Il est possible, à ce niveau, de se limiter à des exemples à valeur générique. Cependant, le professeur veille à spécifier que la vérification d'une propriété, même sur plusieurs exemples, n'en constitue pas une démonstration. Exemple de calcul fractionnaire permettant de démontrer que $\frac{3}{2}=\frac{15}{10}$ On commence par calculer $\frac{3}{2}\times 10$: $\frac{3}{2}\times 10=\frac{3}{2}\times 2\times 5$. La définition du quotient permet de simplifier par 2, puisque $\frac{3}{2}$ est le nombre qui, multiplié par 2, donne 3. Donc $\frac{3}{2}\times 10=3\times 5=15$. Par définition du quotient, il vient donc $\frac{3}{2}=\frac{15}{10}$, puisque $\frac{3}{2}$ multiplié par 10 donne 15.	Une ou plusieurs démonstrations de calculs fractionnaires sont présentées. Le recours au calcul littéral vient compléter pour tout ou partie des élèves l'utilisation d'exemples à valeurs génériques.	

NOMBRES ET CALCULS (suite)		
Racine carrée		
	La racine carrée est introduite, en lien avec des situations géométriques (théorème de Pythagore, agrandissement des aires) et à l'appui de la connaissance des carrés parfaits de 1 à 144 et de l'utilisation de la calculatrice.	La racine carrée est utilisée dans le cadre de la résolution de problèmes. *Aucune connaissance n'est attendue sur les propriétés algébriques des racines carrées.*
Puissances		
	Les puissances de 10 sont d'abord introduites avec des exposants positifs, puis négatifs, afin de définir les préfixes de nano à giga et la notation scientifique. Celle-ci est utilisée pour comparer des nombres et déterminer des ordres de grandeurs, en lien d'autres disciplines. Les puissances de base quelconque d'exposants positifs sont introduites pour simplifier l'écriture de produits. *La connaissance des formules générales sur les produits ou quotients de puissances de 10 n'est pas un attendu du programme : la mise en œuvre des calculs sur les puissances découle de leur définition.*	Les puissances de base quelconque d'exposants négatifs sont introduites et utilisées pour simplifier des quotients. *La connaissance des formules générales sur les produits ou quotients de puissances n'est pas un attendu du programme : la mise en œuvre des calculs sur les puissances découle de leur définition.*
Divisibilité, nombres premiers		
Tout au long du cycle, les élèves sont amenés à modéliser et résoudre des problèmes mettant en jeu la divisibilité et les nombres premiers.		
Le travail sur les multiples et les diviseurs, déjà abordé au cycle 3, est poursuivi. Il est enrichi par l'introduction de la notion de nombre premier. Les élèves se familiarisent avec la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 30. Ceux-ci sont utilisés pour la décomposition en produit de facteurs premiers. Cette décomposition est utilisée pour reconnaître et produire des fractions égales.	Les élèves déterminent la liste des nombres premiers inférieurs ou égaux à 100 et l'utilisent pour décomposer des nombres en facteurs premiers, reconnaître et produire des fractions égales, simplifier des fractions.	La notion de fraction irréductible est introduite. L'utilisation d'un tableur, d'un logiciel de programmation ou d'une calculatrice permet d'étendre la procédure de décomposition en facteurs premiers.

NOMBRES ET CALCULS (suite)		
Calcul littéral		
Expressions littérales		
Les expressions littérales sont introduites à travers des formules mettant en jeu des grandeurs ou traduisant des programmes de calcul. L'usage de la lettre permet d'exprimer un résultat général (par exemple qu'un entier naturel est pair ou impair) ou de démontrer une propriété générale (par exemple que la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3). Les notations du calcul littéral (par exemple 2a pour a × 2 ou 2 × a, ab pour a × b) sont progressivement utilisées, en lien avec les propriétés de la multiplication. Les élèves substituent une valeur numérique à une lettre pour calculer la valeur d'une expression littérale.	Le travail sur les formules est poursuivi, parallèlement à la présentation de la notion d'identité (égalité vraie pour toute valeur des indéterminées). La notion de solution d'une équation est formalisée.	Le travail sur les expressions littérales est consolidé avec des transformations d'expressions, des programmes de calcul, des mises en équations, des fonctions…
Distributivité		
Tôt dans l'année, sans attendre la maîtrise des opérations sur des nombres relatifs, la propriété de distributivité simple est utilisée pour réduire une expression littérale de la forme $ax + bx$, où a et b sont des nombres décimaux. Le lien est fait avec des procédures de calcul numérique déjà rencontrées au cycle 3 (calculs du type 12 × 50 ; 37 × 99 ; 3 × 23 + 7 × 23).	La structure d'une expression littérale (somme ou produit) est étudiée. La propriété de distributivité simple est formalisée et est utilisée pour développer un produit, factoriser une somme, réduire une expression littérale.	La double distributivité est abordée. Le lien est fait avec la simple distributivité. Il est possible de démontrer l'identité $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ en posant $k = a + b$ et en utilisant la simple distributivité.

NOMBRES ET CALCULS (suite)		
Équations		
Les élèves sont amenés à tester si une égalité où figure une lettre est vraie lorsqu'on lui attribue une valeur numérique. Les élèves testent des égalités par essais erreurs, à la main ou à l'aide d'une calculatrice ou d'un tableur, des valeurs numériques dans des expressions littérales, ce qui constitue une première approche de la notion de solution d'une équation, sans formalisation à ce stade.	Les notions d'inconnue et de solution d'une équation sont abordées. Elles permettent d'aborder la mise en équation d'un problème et la résolution algébrique d'une équation du premier degré. *Les équations sont travaillées tout au long de l'année par un choix progressif des coefficients de l'équation.*	La factorisation d'une expression du type $a^2 - b^2$ permet de résoudre des équations produits se ramenant au premier degré (notamment des équations du type $x^2 = a$ en lien avec la racine carrée). *Aucune virtuosité calculatoire n'est attendue dans les développements et les factorisations.*

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS		
Statistiques		
Le traitement de données statistiques se prête à des calculs d'effectifs, de fréquences et de moyennes. Selon les situations, la représentation de données statistiques sous forme de tableaux, de diagrammes ou de graphiques est réalisée à la main ou à l'aide d'un tableur-grapheur. Les calculs et les représentations donnent lieu à des interprétations.	Un nouvel indicateur de position est introduit : la médiane. Le travail sur les représentations graphiques, le calcul, en particulier celui des effectifs et des fréquences, et l'interprétation des indicateurs de position est poursuivi.	Un indicateur de dispersion est introduit : l'étendue. Le travail sur les représentations graphiques, le calcul, en particulier celui des effectifs et des fréquences, et l'interprétation des indicateurs de position est consolidé. Un nouveau type de diagramme est introduit : les histogrammes pour des classes de même amplitude.
Probabilités		
Les élèves appréhendent le hasard à travers des expériences concrètes : pile ou face, dé, roue de loterie, urne… Le vocabulaire relatif aux probabilités (expérience aléatoire, issue, événement, probabilité) est utilisé. Le placement d'un événement sur une échelle de probabilités et la détermination de probabilités dans des situations très simples d'équiprobabilité contribuent à une familiarisation avec la modélisation mathématique du hasard. Pour exprimer une probabilité, on accepte des formulations du type « 2 chances sur 5 ».	Les calculs de probabilités concernent des situations simples, mais ne relevant pas nécessairement du modèle équiprobable. Le lien est fait entre les probabilités de deux événements contraires.	Le constat de la stabilisation des fréquences s'appuie sur la simulation d'expériences aléatoires à une épreuve à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation. Les calculs de probabilités, à partir de dénombrements, s'appliquent à des contextes simples faisant prioritairement intervenir une seule épreuve. Dans des cas très simples, il est cependant possible d'introduire des expériences à deux épreuves. Les dénombrements s'appuient alors uniquement sur des tableaux à double entrée, la notion d'arbre ne figurant pas au programme. Les élèves simulent une expérience aléatoire à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation.

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS (suite)		
Proportionnalité		
Les élèves sont confrontés à des situations relevant ou non de la proportionnalité. Des procédures variées (linéarité, passage par l'unité, coefficient de proportionnalité), déjà étudiées au cycle 3, permettent de résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité.	Le calcul d'une quatrième proportionnelle est systématisé et les points de vue se diversifient avec l'utilisation de représentations graphiques, du calcul littéral et de problèmes de géométrie relevant de la proportionnalité (configuration de Thalès dans le cas des triangles emboîtés, agrandissement et réduction).	Le lien est fait entre taux d'évolution et coefficient multiplicateur, ainsi qu'entre la proportionnalité et les fonctions linéaires. Le champ des problèmes de géométrie relevant de la proportionnalité est élargi (homothéties, triangles semblables, configurations de Thalès).
Fonctions		
La dépendance de deux grandeurs est traduite par un tableau de valeurs ou une formule.	La dépendance de deux grandeurs est traduite par un tableau de valeurs, une formule, un graphique. Les représentations graphiques permettent de déterminer des images et des antécédents, qui sont interprétés en fonction du contexte. *La notation et le vocabulaire fonctionnels ne sont pas formalisés en 4e.*	Les notions de variable, de fonction, d'antécédent, d'image sont formalisées et les notations fonctionnelles sont utilisées. Un travail est mené sur le passage d'un mode de représentation d'une fonction (graphique, symbolique, tableau de valeurs) à un autre. Les fonctions affines et linéaires sont présentées par leurs expressions algébriques et leurs représentations graphiques. Les fonctions sont utilisées pour modéliser des phénomènes continus et résoudre des problèmes.

GRANDEURS ET MESURES		
Calculs sur des grandeurs mesurables		
La connaissance des formules donnant les aires du rectangle, du triangle et du disque, ainsi que le volume du pavé droit est entretenue à travers la résolution de problèmes. Elle est enrichie par celles de l'aire du parallélogramme, du volume du prisme et du cylindre. La correspondance entre unités de volume et de contenance est faite. Les calculs portent aussi sur des durées et des horaires, en prenant appui sur des contextes issus d'autres disciplines ou de la vie quotidienne. Les élèves sont sensibilisés au contrôle de la cohérence des résultats du point de vue des unités.	Le lexique des formules s'étend au volume des pyramides et du cône. Le lien est fait entre le volume d'une pyramide (respectivement d'un cône) et celui du prisme droit (respectivement du cylindre) construit sur sa base et ayant même hauteur. Des grandeurs produits (par exemple trafic, énergie) et des grandeurs quotients (par exemple vitesse, débit, concentration, masse volumique) sont introduites à travers la résolution de problèmes. Les conversions d'unités sont travaillées. Les élèves sont sensibilisés au contrôle de la cohérence des résultats du point de vue des unités des grandeurs composées.	La formule donnant le volume d'une boule est utilisée. Le travail sur les grandeurs mesurables et les unités est poursuivi. Il est possible de réinvestir le calcul avec les puissances de 10 pour les conversions d'unités. Par exemple, à partir de : $1\ \text{m} = 10^2\ \text{cm}$, il vient $1\ \text{m}^3 = (1\ \text{m})^3 = (10^2\ \text{cm})^3 = 10^6\ \text{cm}^3$ ou, à partir de : $1\ \text{dm} = 10^{-1}\ \text{m}$, il vient $1\ \text{dm}^3 = (10^{-1}\ \text{m})^3 = 10^{-3}\ \text{m}^3$.
Effet des transformations sur des grandeurs géométriques		
Les élèves connaissent et utilisent l'effet des symétries axiale et centrale sur les longueurs, les aires, les angles.	Les élèves connaissent et utilisent l'effet d'un agrandissement ou d'une réduction sur les longueurs, les aires et les volumes. Ils le travaillent en lien avec la proportionnalité.	Les élèves connaissent et utilisent l'effet des transformations au programme (symétries, translations, rotations, homothéties) sur les longueurs, les angles, les aires et les volumes. Le lien est fait entre la proportionnalité et certaines configurations ou transformations géométriques (triangles semblables, homothéties).

ESPACE ET GÉOMÉTRIE		
Représenter l'espace		
Le repérage se fait sur une droite graduée ou dans le plan muni d'un repère orthogonal. Dans la continuité de ce qui a été travaillé au cycle 3, la reconnaissance de solides (pavé droit, cube, cylindre, pyramide, cône, boule) s'effectue à partir d'un objet réel, d'une image, d'une représentation en perspective cavalière ou sur un logiciel de géométrie dynamique. Les élèves construisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'un pavé droit ou d'un cylindre.	Le repérage se fait dans un pavé droit (abscisse, ordonnée, altitude). Les élèves produisent et mettent en relation une représentation en perspective cavalière et un patron d'une pyramide ou d'un cône.	Le repérage s'étend à la sphère (latitude, longitude). Un logiciel de géométrie est utilisé pour visualiser des solides et leurs sections planes. Les élèves produisent et mettent en relation différentes représentations des solides étudiés (patrons, représentation en perspective cavalière, vues de face, de dessus, en coupe).

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)		
Géométrie plane		
Figures et configurations		
La caractérisation angulaire du parallélisme (angles alternes-internes et angles correspondants) est énoncée. La valeur de la somme des angles d'un triangle peut être démontrée et est utilisée. L'inégalité triangulaire est énoncée. Le lien est fait entre l'inégalité triangulaire et la construction d'un triangle à partir de la donnée de trois longueurs. Des constructions de triangles à partir de la mesure d'une longueur et de deux angles ou d'un angle et de deux longueurs sont proposées. Le parallélogramme est défini à partir de l'une de ses propriétés : parallélisme des couples de côtés opposés ou intersection des diagonales. L'autre propriété est démontrée et devient une propriété caractéristique. Il est alors montré que les côtés opposés d'un parallélogramme sont deux à deux de même longueur grâce aux propriétés de la symétrie. Les propriétés relatives aux côtés et aux diagonales d'un parallélogramme sont mises en œuvre pour effectuer des constructions et mener des raisonnements. Les élèves consolident le travail sur les codages de figures : interprétation d'une figure codée ou réalisation d'un codage. Les élèves découvrent de nouvelles droites remarquables du triangle : les hauteurs. Ils poursuivent le travail engagé au cycle 3 sur la médiatrice dans le cadre de résolution de problèmes. Ils peuvent par exemple être amenés à démontrer que les médiatrices d'un triangle sont concourantes.	Les cas d'égalité des triangles sont présentés et utilisés pour résoudre des problèmes. Le lien est fait avec la construction d'un triangle de mesures données (trois longueurs, une longueur et deux angles, deux longueurs et un angle). Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration des triangles emboîtés sont énoncés et utilisés, ainsi que le théorème de Pythagore (plusieurs démonstrations possibles) et sa réciproque. La définition du cosinus d'un angle d'un triangle rectangle découle, grâce au théorème de Thalès, de l'indépendance du rapport des longueurs le définissant. *Une progressivité dans l'apprentissage de la recherche de preuve est aménagée, de manière à encourager les élèves dans l'exercice de la démonstration. Aucun formalisme excessif n'est exigé dans la rédaction.*	Une définition et une caractérisation des triangles semblables sont données. Le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration du papillon sont énoncés et utilisés (démonstration possible, utilisant une symétrie centrale pour se ramener à la configuration étudiée en quatrième). Les lignes trigonométriques (cosinus, sinus, tangente) dans le triangle rectangle sont utilisées pour calculer des longueurs ou des angles. Deux triangles semblables peuvent être définis par la proportionnalité des mesures de leurs côtés. Une caractérisation angulaire de cette définition peut être donnée et démontrée à partir d'un cas d'égalité des triangles et d'une caractérisation angulaire du parallélisme.

ESPACE ET GÉOMÉTRIE (suite)		
Transformations		
Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par symétrie centrale. Cela permet de découvrir les propriétés de la symétrie centrale (conservation de l'alignement, du parallélisme, des longueurs, des angles) qui sont ensuite admises et utilisées. Le lien est fait entre la symétrie centrale et le parallélogramme. Les élèves identifient des symétries axiales ou centrales dans des frises, des pavages, des rosaces.	Les élèves sont amenés à transformer (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par translation. Ils identifient des translations dans des frises ou des pavages ; le lien est alors fait entre translation et parallélogramme. *La définition ponctuelle d'une translation ne figure pas au programme. Toutefois, par commodité, la translation transformant le point A en le point B pourra être nommée « translation de vecteur $\overrightarrow{AB}$ », mais aucune connaissance n'est attendue sur l'objet « vecteur ».*	Les élèves transforment (à la main ou à l'aide d'un logiciel) une figure par rotation et par homothétie (de rapport positif ou négatif). Le lien est fait entre angle et rotation, entre le théorème de Thalès et les homothéties. Les élèves identifient des transformations dans des frises, des pavages, des rosaces. *Les définitions ponctuelles d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie ne figurent pas au programme.* *Pour faire le lien entre les transformations et les configurations du programme, il est possible d'identifier (à la main ou à l'aide d'un logiciel de géométrie) l'effet, sur un triangle donné, de l'enchaînement d'une translation, d'une rotation et d'une homothétie, voire d'une symétrie axiale et réciproquement, pour deux triangles semblables donnés, chercher des transformations transformant l'un en l'autre.*

ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION		
Écrire, mettre au point, exécuter un programme		
Les repères qui suivent indiquent une progressivité dans le **niveau de complexité des activités** relevant de ce thème. Certains élèves sont capables de réaliser des activités de troisième niveau dès le début du cycle.		
1er niveau	**2e niveau**	**3e niveau**
À un premier niveau, les élèves mettent en ordre et/ou complètent des blocs Scratch fournis par le professeur pour construire un programme simple. L'utilisation progressive des instructions conditionnelles et/ou de la boucle « répéter … fois ») permet d'écrire des scripts de déplacement, de construction géométrique ou de programme de calcul.	À un deuxième niveau, les connaissances et les compétences en algorithmique et en programmation s'élargissent par : - l'écriture d'une séquence d'instructions (boucle « si … alors » et boucle « répéter … fois ») ; - l'écriture de programmes déclenchés par des événements extérieurs ; - l'intégration d'une variable dans un programme de déplacement, de construction géométrique, de calcul ou de simulation d'une expérience aléatoire.	À un troisième niveau, l'utilisation simultanée de boucles « répéter … fois », et « répéter jusqu'à … » et d'instructions conditionnelles permet de réaliser des figures, des calculs et des déplacements plus complexes. L'écriture de plusieurs scripts fonctionnant en parallèle permet de gérer les interactions et de créer des jeux. La décomposition d'un problème en sous-problèmes et la traduction d'un sous-problème par la création d'un bloc-utilisateur contribuent au développement des compétences visées.

ATTENDUS DE FIN D'ANNÉE

NOMBRES ET CALCULS			
• Ce que sait faire l'élève	♦ Type d'exercice	▪ Exemple d'énoncé	*Indication générale*

Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes

Ce que sait faire l'élève

Nombres

- Il utilise les puissances d'exposants positifs ou négatifs pour simplifier l'écriture des produits.

Exemples de réussite

Nombres

♦ Il simplifie rapidement l'écriture de 8 × 8 × 8 × 8 × 8 ; 0,3 × 0,3 × 0,3 × 0,3 ; $\frac{1}{100}$; $\frac{1}{6\times6\times6\times6}$.

Ce que sait faire l'élève

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté

- Il calcule avec les nombres rationnels, notamment dans le cadre de résolution de problèmes.
- Il résout des problèmes mettant en jeu des racines carrées.
- Il résout des problèmes avec des puissances, notamment en utilisant la notation scientifique.

Exemples de réussite

Pratiquer le calcul exact ou approché, mental, à la main ou instrumenté

▪ On laisse tomber une balle d'une hauteur de 1 m. À chaque rebond, elle rebondit aux trois-quarts de la hauteur d'où elle est tombée.
Quelle est la hauteur de la balle au troisième rebond ?

♦ Il détermine la valeur exacte puis approchée au millimètre près de la longueur du côté d'un carré d'aire 17 cm².

▪ Une bactérie « se divise » en deux bactéries, chacune des deux bactéries obtenues « se partage » en deux nouvelles bactéries… Lorsque les conditions sont favorables, le nombre de bactéries peut être multiplié par deux toutes les trente minutes.
Un chercheur place une bactérie en conditions favorables.
Combien obtient-il de milliards de bactéries au bout de 18 h ?

▪ Il y a environ 2×10^{15} atomes de cuivre dans 211 ng de cuivre.
Quelle est environ la masse d'un atome de cuivre ?
On pourra rappeler que ng est le symbole du nanogramme.

Comprendre et utiliser les notions de divisibilité et de nombres premiers

Ce que sait faire l'élève

- Il décompose un nombre entier en produit de facteurs premiers (à la main, à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation).
- Il simplifie une fraction pour la rendre irréductible.
- Il modélise et résout des problèmes mettant en jeu la divisibilité (engrenages, conjonction de phénomènes…).

Exemples de réussite

- Il décompose en produit de facteurs premiers (à la main, à l'aide d'un tableur ou d'un logiciel de programmation) les entiers naturels suivants : 306 ; 124 ; 2 220.
- Il rend irréductibles les fractions suivantes : $\frac{66}{30}$; $\frac{12}{51}$ (en question flash).
- Il rend irréductibles les fractions suivantes : $\frac{140}{340}$; $\frac{7\,140}{2\,310}$.
- Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 153 secondes et l'autre toutes les 187 secondes. À minuit, elles s'allument ensemble.
  Détermine l'heure à laquelle elles s'allumeront de nouveau ensemble.

Utiliser le calcul littéral

Ce que sait faire l'élève

- Il détermine l'opposé d'une expression littérale.
- Il développe (par simple et double distributivités), factorise, réduit des expressions algébriques simples.
- Il factorise une expression du type $a^2 - b^2$ et développe des expression du type (a + b)(a - b).
- Il résout algébriquement différents types d'équations :
  - équation du premier degré ;
  - équation s'y ramenant (équations produits) ;
  - équations de la forme $x^2 = a$ sur des exemples simples.
- Il résout des problèmes s'y ramenant, qui peuvent être internes aux mathématiques ou en lien avec d'autres disciplines.

Exemples de réussite

- Il sait que $-(3x - 7) = -3x + 7$
- Il développe et réduit les expressions suivantes (notamment lors d'activités rituelles) : $(2x - 3)(5x + 7)$; $-4x(6 - 3x)$; $3(2x + 1) - (6 - x)$.
- Il factorise $x^2 - 64$; $4x^2 - 49$ et développe $(x + 6)(x - 6)$; $(2x - 5)(2x + 5)$ en question flash.
- Il factorise : $5a + 15b$; $12x^2 - 15x$; $16x^2 - 144$; $x^2 - 13$.
- Il résout rapidement : $-3x = 12$; $x + 9 = 5$; $7x = 5$.
- Il résout les équations suivantes : $4x - 8 = 7x + 4$; $5(7 - 2{,}2x) = 9 - 6x$; $(2{,}5x - 7)(8x - 9{,}6) = 0$; $x^2 = 20$.
- La facture d'eau d'un jardinier s'élève à 545 € par an. Il prévoit d'économiser 55 € par an en installant un récupérateur d'eau de pluie. Le récupérateur a coûté 199 € à l'achat et va nécessiter chaque année 13 € pour l'entretien (nettoyage, tuyau…).
  Au bout de combien d'années l'installation sera-t-elle rentable ?

ORGANISATION ET GESTION DE DONNÉES, FONCTIONS

• Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé *Indication générale*

Interpréter, représenter et traiter des données

Ce que sait faire l'élève

- Il lit, interprète et représente des données sous forme d'histogrammes pour des classes de même amplitude.
- Il calcule et interprète l'étendue d'une série présentée sous forme de données brutes, d'un tableau, d'un diagramme en bâtons, d'un diagramme circulaire ou d'un histogramme.
- Il calcule des effectifs et des fréquences.

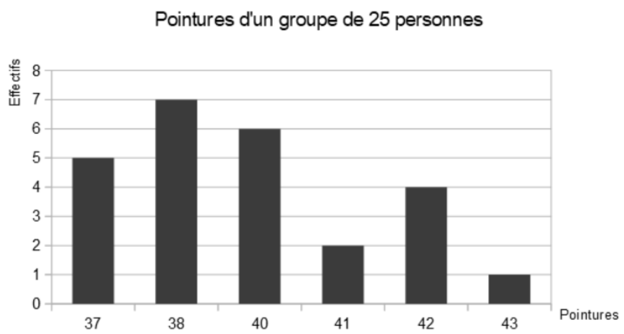
Exemples de réussite

▪ Une enquête a été réalisée auprès de 2 500 personnes à partir de la question suivante : « À quel âge avez-vous trouvé un emploi correspondant à votre qualification ? ».
Les résultats de l'enquête ont été reportés dans le tableau suivant :

Âge	Effectif
[18 ; 22 [	100
[22 ; 26 [	200
[26 ; 30 [	400
[30 ; 34 [	1 100
[34 ; 38 [	700

Représente les résultats de cette enquête par un histogramme.

▪ À partir du diagramme suivant :



- Calcule le nombre de personnes chaussant au moins du 40.
- Calcule la fréquence des personnes chaussant au plus du 42.
- Calcule le nombre de personnes chaussant entre 38 et 41.

Comprendre et utiliser des notions élémentaires de probabilités

Ce que sait faire l'élève

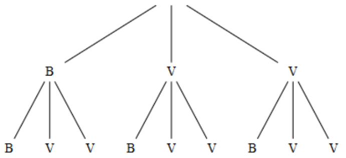
- À partir de dénombrements, il calcule des probabilités pour des expériences aléatoires simples à une ou deux épreuves.
- Il fait le lien entre stabilisation des fréquences et probabilités.

Exemples de réussite

▪ On suppose que, pour un couple, la probabilité d'avoir une fille ou un garçon est la même. Un couple souhaite avoir deux enfants.
- Calcule, en explicitant les issues possibles, la probabilité d'avoir deux garçons.
- Calcule la probabilité que le couple ait au moins une fille.

Il peut utiliser le fait que c'est l'événement contraire d'avoir deux garçons.

- On pioche, deux fois de suite et avec remise, une boule dans une urne contenant une boule bleue et deux boules violettes.
  Détermine la probabilité de tirer successivement deux boules violettes, en utilisant une méthode de dénombrement, qui peut par exemple prendre appui sur l'arbre suivant :



- On donne les fréquences d'apparition de chaque face d'un dé pour 10 000 lancers.
  L'élève interprète les résultats en les comparant aux probabilités théoriques.
- L'élève interprète des simulations effectuées sur tableur ou logiciel de programmation en fonction d'un nombre de lancers.

Résoudre des problèmes de proportionnalité

Ce que sait faire l'élève

- Il modélise une situation de proportionnalité à l'aide d'une fonction linéaire.
- Il utilise le lien entre pourcentage d'évolution et coefficient multiplicateur.
- Il résout des problèmes en utilisant la proportionnalité dans le cadre de la géométrie.

Exemples de réussite

- Un mobile se déplace à 5 m/s.
  L'élève modélise la situation par $d(x) = 5x$ où x est le temps exprimé en secondes et $d(x)$ la distance parcourue, en mètres, en x secondes.
- Il sait qu'une augmentation de 5 % se traduit par une multiplication par 1,05.
- Il sait qu'une diminution de 20 % se traduit par une multiplication par 0,8.
- Il utilise la proportionnalité pour calculer des longueurs dans une configuration de Thalès, dans des triangles semblables, dans le cadre des homothéties.

Comprendre et utiliser la notion de fonction

Ce que sait faire l'élève

- Il utilise les notations et le vocabulaire fonctionnels.
- Il passe d'un mode de représentation d'une fonction à un autre.
- Il détermine, à partir de tous les modes de représentation, l'image d'un nombre.
- Il détermine un antécédent à partir d'une représentation graphique ou d'un tableau de valeurs d'une fonction.
- Il détermine de manière algébrique l'antécédent par une fonction, dans des cas se ramenant à la résolution d'une équation du premier degré.
- Il représente graphiquement une fonction linéaire, une fonction affine.
- Il interprète les paramètres d'une fonction affine suivant l'allure de sa courbe représentative.
- Il modélise un phénomène continu par une fonction.
- Il modélise une situation de proportionnalité à l'aide d'une fonction linéaire.
- Il résout des problèmes modélisés par des fonctions en utilisant un ou plusieurs modes de représentation.

Exemples de réussite

- Il comprend les notations $f : x \mapsto 3x^2 - 7$ et $f(x) = 3x^2 - 7$. Il sait alors que x est la variable et f la fonction.
- Il sait que $g(3) = 15$ signifie que 15 est l'image de 3 par la fonction g et que 3 est un antécédent de 15 par la fonction g.
- Il détermine l'image d'un nombre par une fonction à partir de son expression symbolique, de sa représentation graphique, d'un tableau de valeurs, d'un programme de calcul.
- Détermine à l'aide d'une équation :
  - l'antécédent de 10 par la fonction f définie par $f(x) = -3x - 4$;
  - les antécédents de 0 par la fonction g définie par $g(x) = (3x + 6)(x - 9)$.
- Il représente graphiquement les fonctions $f : x \mapsto 5x - 1$ et $g : x \mapsto -3x$.
- À partir de l'allure de la représentation graphique d'une fonction affine, il détermine le signe du coefficient directeur et de l'ordonnée à l'origine.
- Complète : l'aire d'un rectangle dont le périmètre est égal à 30 cm et dont un côté a pour longueur x est donné par la fonction $A : x \mapsto$ …………………..
- Un mobile se déplace à 5 m/s.
  L'élève modélise la situation par la fonction f définie par $f(x) = 5x$ où x est le temps exprimé en secondes et $f(x)$ la distance parcourue, en mètres, en x secondes.
- On enlève quatre carrés identiques aux quatre coins d'un rectangle de 20 cm de longueur et 13 cm de largeur.
  Détermine la longueur du côté de ces carrés qui correspond à une aire restante de 208,16 cm², par la méthode de ton choix.

GRANDEURS ET MESURES

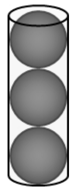
• Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé *Indication générale*

Calculer avec des grandeurs mesurables ; exprimer les résultats dans les unités adaptées

Ce que sait faire l'élève

- Il calcule le volume d'une boule.
- Il calcule les volumes d'assemblages de solides étudiés au cours du cycle.
- Il mène des calculs sur des grandeurs mesurables, notamment des grandeurs composées, et exprime les résultats dans les unités adaptées.
- Il résout des problèmes utilisant les conversions d'unités sur des grandeurs composées.
- Il vérifie la cohérence des résultats du point de vue des unités pour les calculs de grandeurs simples ou composées.

Exemples de réussite



- ♦ Il calcule le volume d'un cylindre surmonté d'une demi-boule de même diamètre.
- ♦ Il calcule le volume restant dans cette boîte cylindrique de hauteur 30 cm dans laquelle 3 boules identiques de rayon 5 cm ont été placées comme indiqué dans le schéma ci-contre :
- ▪ Un conducteur met 1 s avant de commencer à freiner quand il voit un obstacle. Quelle distance parcourt-il pendant cette durée s'il roule à 80 km/h ?
- ▪ Le débit moyen de la Seine sous le pont de l'Alma est 328 m^3/s. Combien de litres d'eau sont-ils passés sous ce pont en 3 min ?
- ♦ Il oralise que les durées sont en heures, minutes, secondes, les longueurs en mètres, les aires en mètres carrés et les volumes en mètres cubes, les vitesses en kilomètres par heure ou en mètres par seconde, les débits en mètres cubes par seconde ou litres par heure…

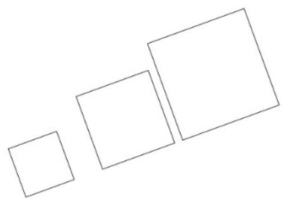
Comprendre l'effet de quelques transformations sur les figures géométriques

Ce que sait faire l'élève

- Il calcule des grandeurs géométriques (longueurs, aires et volumes) en utilisant les transformations (symétries, rotations, translations, homothétie).
- Il résout des problèmes en utilisant la proportionnalité en géométrie dans le cadre de certaines configurations ou transformations (agrandissement, réduction, triangles semblables, homothéties).

Exemples de réussite

- ♦ Il détermine des longueurs, des aires, des mesures d'angles et des volumes en utilisant les propriétés de conservation des symétries (axiale et centrale), d'une translation, d'une rotation.
- ♦ Dans une homothétie de rapport k, il calcule des longueurs, des aires et des volumes. Par exemple, il est capable de calculer l'aire de la figure obtenue dans une homothétie de rapport k (k non nul) connaissant l'aire de la figure initiale.
- ♦ À partir d'un schéma tel que celui ci-contre, il calcule des longueurs de carrés connaissant les longueurs d'un des carrés et le rapport de l'homothétie correspondante.



ESPACE ET GÉOMÉTRIE

• Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé *Indication générale*

Représenter l'espace

Ce que sait faire l'élève

- Il se repère sur une sphère (latitude, longitude).
- Il construit et met en relation différentes représentations des solides étudiés au cours du cycle (représentations en perspective cavalière, vues de face, de dessus, en coupe, patrons) et leurs sections planes.

Exemples de réussite

- ♦ Il pointe Paris et Sidney sur un globe terrestre à partir de leurs latitudes et longitudes.
- ♦ Il reconnaît un grand cercle sur une sphère.
- ♦ Il trace des solides en perspective cavalière et fait apparaître des sections.

Utiliser les notions de géométrie plane pour démontrer

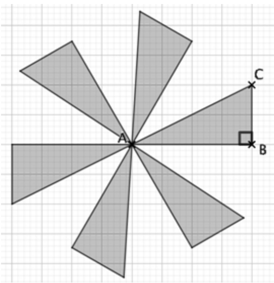
Ce que sait faire l'élève

- À partir des connaissances suivantes :
  - le théorème de Thalès et sa réciproque dans la configuration papillon ;
  - les triangles semblables : une définition et une propriété caractéristique ;
  - les lignes trigonométriques dans le triangle rectangle : cosinus, sinus, tangente,

  il transforme une figure par rotation et par homothétie et il comprend l'effet d'une rotation et d'une homothétie.
- Il identifie des rotations et des homothéties dans des frises, des pavages et des rosaces.
- Il mobilise les connaissances des figures, des configurations, de la rotation et de l'homothétie pour déterminer des grandeurs géométriques.
- Il mène des raisonnements en utilisant des propriétés des figures, des configurations, de la rotation et de l'homothétie.

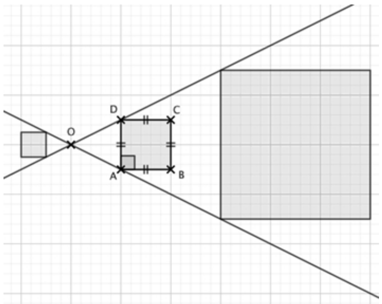
Exemples de réussite

- ♦ Il réalise (à la main, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation) la figure suivante obtenue à partir du triangle ABC par des rotations successives de centre A et d'angle 60°.

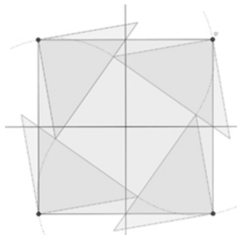


- ♦ Il justifie que la figure précédente est composée de 6 triangles rectangles.

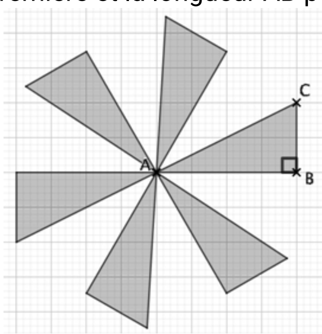
- Il réalise (à la main, à l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique ou de programmation) la figure suivante à l'aide du quadrilatère ABCD et deux homothéties de centre O et de rapports 3 et -0,5.

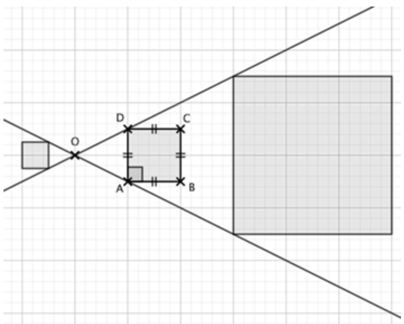


- Il justifie la nature des trois quadrilatères en s'appuyant sur le codage et sur les propriétés de conservations des homothéties.
- Il décrit les transformations permettant de construire la rosace suivante :



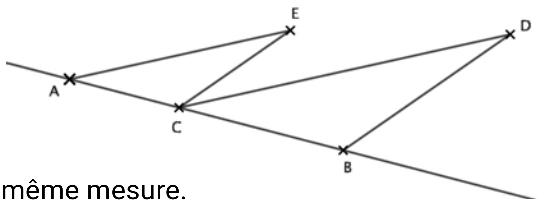
- Il détermine l'aire totale des figures construites ci-dessous connaissant les longueurs AB et BC pour la première et la longueur AB pour la seconde.





- En appliquant le théorème de Thalès, il effectue des calculs de longueurs.
- Il utilise les lignes trigonométriques dans un triangle rectangle pour calculer des longueurs ou des mesures d'angles.

- Sur la figure ci-contre :
  - le point C appartient au segment [AB] ;
  - AC = 3 ; AB = 7,5 ; BD = 5,4 et CD = 9 ;
  - les droites (AE) et (CD) sont parallèles ;
  - les droites (CE) et (BD) sont parallèles.



  - Démontrer que les angles $\widehat{BCD}$ et $\widehat{CAE}$ ont même mesure.
  - Démontrer que les triangles ACE et CBD sont semblables.
  - En déduire les longueurs des côtés du triangle ACE.

ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

• Ce que sait faire l'élève ♦ Type d'exercice ▪ Exemple d'énoncé *Indication générale*

Les niveaux 1, 2 et 3 sont attendus en fin de 3e ; il est possible que certains élèves aillent au-delà.

Écrire, mettre au point, exécuter un programme

Ce que sait faire l'élève

Niveau 1

- Il réalise des activités d'algorithmique débranchée.
- Il met en ordre et/ou complète des blocs fournis par le professeur pour construire un programme simple sur un logiciel de programmation.
- Il écrit un script de déplacement ou de construction géométrique utilisant des instructions conditionnelles et/ou la boucle « Répéter … fois ».

Niveau 2

- Il gère le déclenchement d'un script en réponse à un événement.
- Il écrit une séquence d'instructions (boucle « si … alors » et boucle « répéter … fois »).
- Il intègre une variable dans un programme de déplacement, de construction géométrique ou de calcul.

Niveau 3

- Il décompose un problème en sous-problèmes et traduit un sous-problème en créant un « bloc-personnalisé ».
- Il construit une figure en créant un motif et en le reproduisant à l'aide d'une boucle.
- Il utilise simultanément les boucles « Répéter … fois » et « Répéter jusqu'à … » ainsi que les instructions conditionnelles pour réaliser des figures, des programmes de calculs, des déplacements, des simulations d'expérience aléatoire.
- Il écrit plusieurs scripts fonctionnant en parallèle pour gérer des interactions et créer des jeux.

Exemples de réussite

Niveau 1

♦ Il comprend ce que font des assemblages simples de blocs de programmation, par exemple au travers de questions flash.

♦ Il retrouve parmi des programmes donnés celui qui permet d'obtenir une figure donnée, et inversement.

♦ Sans utiliser de langage informatique formalisé, il écrit un algorithme pour décrire un déplacement ou un calcul.

♦ Il décrit ce que fait un assemblage simple de blocs de programmation.

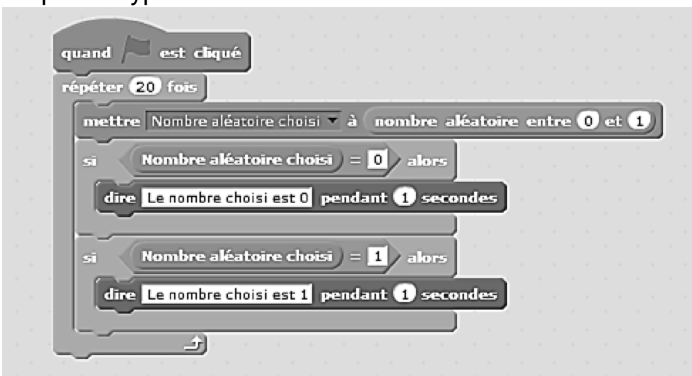
♦ Il ordonne des blocs en fonction d'une consigne donnée.

▪ Assemble correctement les blocs ci-contre pour permettre au lutin de tracer un carré de longueur 100 pixels :

- Il produit seul un programme de construction d'un triangle équilatéral, d'un carré ou d'un rectangle en utilisant la boucle :

Niveau 2

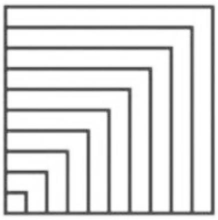
- Il gère l'interaction entre deux lutins, par exemple en faisant dire une phrase à l'un lorsque l'autre le touche.
- Il produit des scripts du type :



- Il produit seul un programme de construction d'un triangle équilatéral, d'un carré, d'un rectangle ou d'un parallélogramme dans lequel l'utilisateur saisi la mesure de la longueur d'au moins un côté.

Niveau 3

- Il reproduit une frise donnée reproduisant un motif grâce à un bloc personnalisé.
- Il produit un programme réalisant une figure du type :



- Il utilise un logiciel de programmation pour réaliser la simulation d'une expérience aléatoire, par exemple : « Programmer un lutin pour qu'il énonce 100 nombres aléatoires « 0 » ou « 1 » et qu'il compte le nombre de « 0 » et de « 1 » obtenus. »
- Il programme un jeu avec un logiciel de programmation par blocs utilisant au moins 2 lutins avec des scripts en parallèle. Il mobilise des capacités acquises précédemment dans les niveaux 1, 2 et 3.