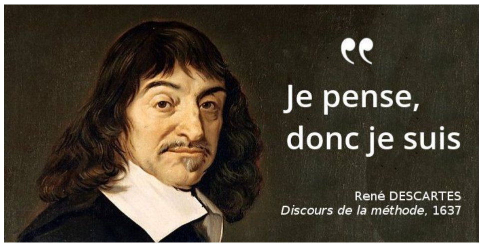
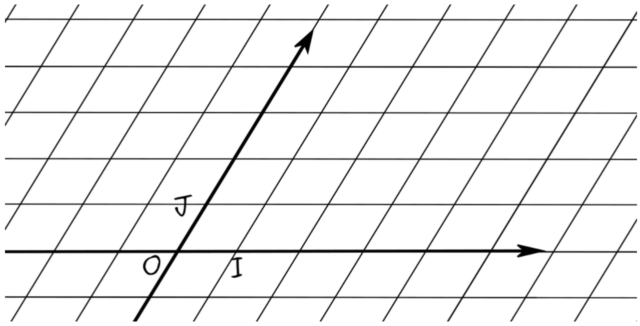
Chapitre 2 : Repérage dans le plan



Inventeur: René Descartes (mathématicien et philosophe Français du 17[e] siècle)
Applications : Géométrie – Géographie – Astronomie - Navigation
calcul numérique : médecine, physique, jeux vidéo ...

I Repère et coordonnées



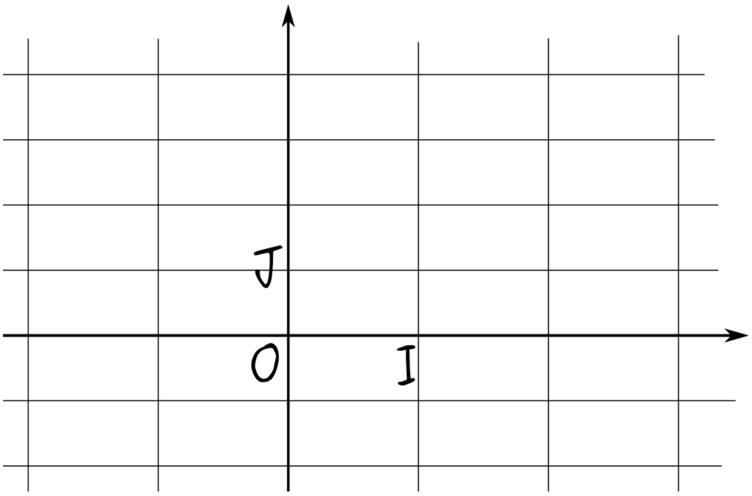
Définition : Soient O, I et J trois points non alignés du plan.
Ces trois points définissent un **repère noté (O ; I, J)**.

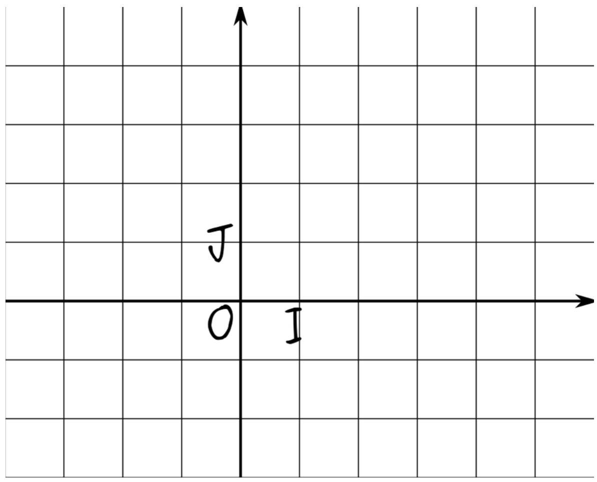
- Le point O est **l'origine** du repère.
- La droite orientée (OI) est **l'axe des abscisses** et la distance OI donne l'unité sur cet axe.
- La droite orientée (OJ) est **l'axe des ordonnées** et la distance OJ donne l'unité sur cet axe.

Définition :
On dit que le repère est **orthogonal** quand $(OI)\perp(OJ)$.
On dit que le repère est **normé** si $OI=OJ$.
Enfin, on dit que le repère est **orthonormé** si ces deux conditions sont vérifiées.

Dans les deux exemples ci-dessous :

-le repère à gauche est **orthogonal** mais pas normé car $(OI)\perp(OJ)$ mais $OI\neq OJ$.
- Le repère à droite est un repère **orthonormé** car $(OI)\perp(OJ)$ et $OI=OJ$.





Définition : Soit M un point du plan et (O ; I , J) un repère du plan.
Par ce point, on peut tracer :

- Une droite parallèle à (0J) qui coupe l'axe (OI) en un point d'abscisse $x_M\in\mathbb{R}$.
- Une droite parallèle à (0I) qui coupe l'axe (OJ) en un point d'abscisse $y_M\in\mathbb{R}$.

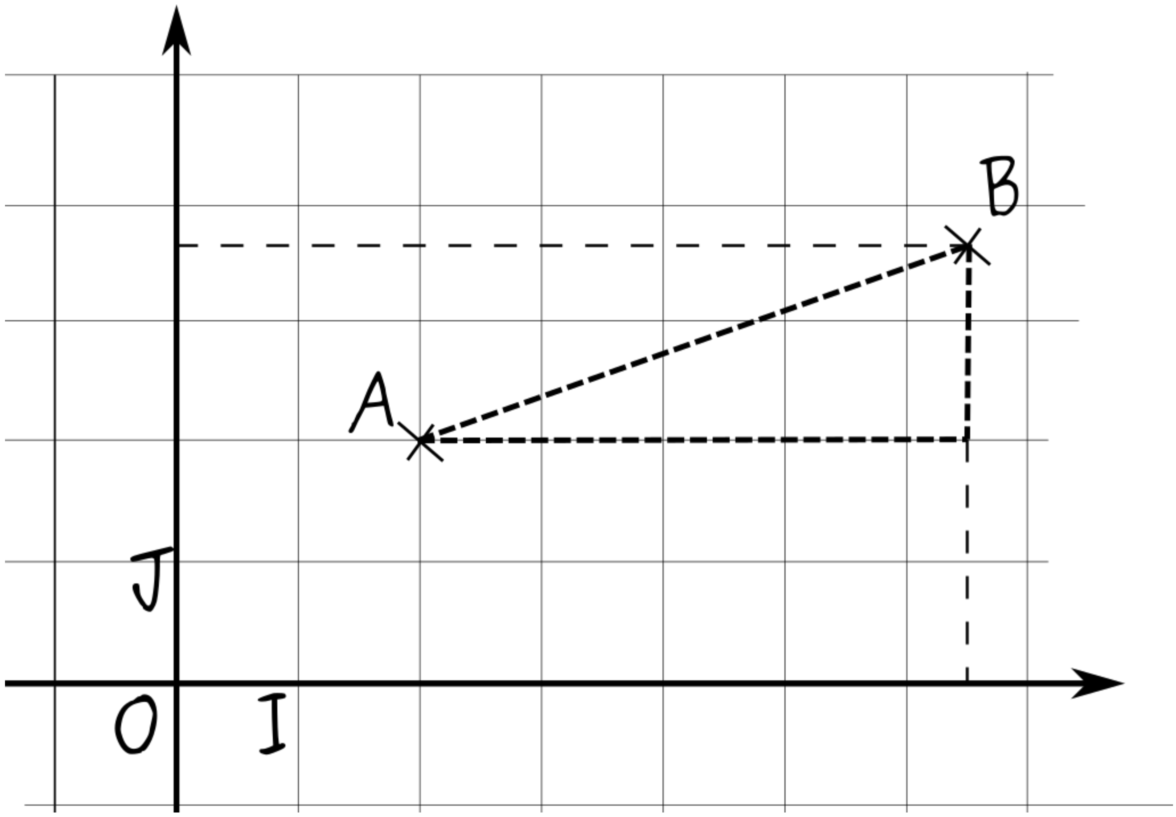
Le nombre réel x_M est appelé l'abscisse du point M et le réel y_M est appelé l'ordonnée du point M.
Le couple de nombres $(x_M\ ;\ y_M)$ est appelé **les coordonnées du point M**.

Propriété : Pour chaque repère (O ; I , J) du plan : chaque point correspond à un unique couple de coordonnées et chaque couple de coordonnées correspond à un unique point.

Notation : On écrit souvent les coordonnées du point A avec la notation $A(x_A\ ;\ y_A)$.

II Distance entre deux points.

Considérons **un repère orthonormé (O ; I, J)** et deux points A et B dont les coordonnées dans ce repère sont notées $(x_A\ ;\ y_A)$ et $(x_B\ ;\ y_B)$



La distance AB entre les points A et B est donnée par la formule :

AB =

Exercice : Soit (O ; I , J) un repère orthonormé du plan, considérons les deux points A(-2 ; 3) et B(2 ; 1).
Calculer la distance AB entre ces deux points.

III Coordonnées du milieu d'un segment.

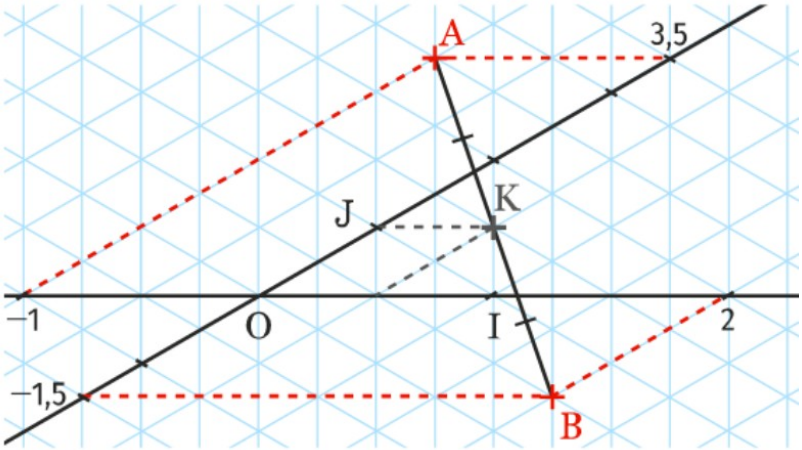
Propriété :
Dans le plan muni d'un repère (O ; I , J), on considère les points $A(x_A\ ;\ y_A)$ et $B(x_B\ ;\ y_B)$.
Le milieu K du segment $[AB]$ a pour coordonnées $(x_K\ ;\ y_K)$
définies par : $x_K = \dfrac{x_A + x_B}{2}$ et $y_K = \dfrac{y_A + y_B}{2}$

Remarque : L'abscisse de K est la moyenne des abscisses de A et B. L'ordonnée de K est la moyenne des ordonnées de A et B.

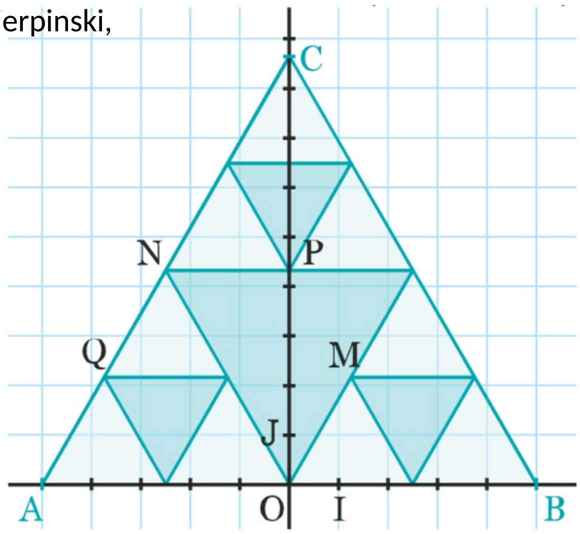
Exemple : Dans un repère (O ; I, J), si A a pour coordonnées (-1 ; 3,5) et si B a pour coordonnées (2 ; -1,5) alors le milieu K du segment [AB] a pour coordonnées

$$\left(\frac{-1+2}{2}\ ;\ \frac{3,5-1,5}{2}\right)$$

et donc $K\ (0{,}5\ ;\ 1)$



Exemple : Dans le repère (O ; I, J) de la figure du triangle de Sierpinski, on admet que $A(-5\ ;\ 0)$, $B(5\ ;\ 0)$ et $C(0\ ;\ 5\sqrt{3})$.
Déterminer les coordonnées des points O, N et Q.



……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………

………

………

………

………